

2020 新高校 2 年 数学科 春休み課題 ①

★高校1年で学んだ内容のうち、青チャートや4プロセスに載っている以下の問題を解くことで復習をしよう。**春休み課題用のノート**を1冊作り、1日2題のペースで、次の問題に取り組み下さい。
問題をコピーして、はさみで丁寧に切り取り、ノート1ページに1問ずつ貼って解いていくと、やりやすいと思います。
自分なりの復習用問題集を作り上げて上手に取り組み下さいね。

① 2元2次式の因数分解 [青チャート数学 I 例題15]

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - xy - 2y^2 - x - 7y - 6$ [解答] $(x+y+2)(x-2y-3)$

(2) $3x^2 + 7xy + 2y^2 - 5x - 5y + 2$ [解答] $(x+2y-1)(3x+y-2)$

② 平方根を含む式の値: $x, 1/x$ の対称式 [4プロセス数学 I 問題65]

$x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $x + \frac{1}{x}$ (2) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (3) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

[解答] (1) $\sqrt{6}$ (2) 4 (3) $3\sqrt{6}$

③ 2重根号、整数部分・小数部分、式の値 [4プロセス数学 I 総合演習9]

$\sqrt{28 + \sqrt{300}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、

$\frac{1}{a+b+1} + \frac{1}{a-b-1}$ の値を求めよ。 [解答] $\frac{4}{11}$

④ 連立1次不等式: 解の条件から係数の範囲 [青チャート数学 I EXERCISES32]

連立不等式 $\begin{cases} x > 3a+1 \\ 2x-1 > 6(x-2) \end{cases}$ の解について、

次の条件を満たす定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) 解が存在しない。 [解答] $a \geq \frac{7}{12}$
- (2) 解に2が含まれる。 [解答] $a < \frac{1}{3}$
- (3) 解に含まれる整数が3つだけとなる。 [解答] $-\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{3}$

⑤ $\sqrt{\text{文字式}}$ の根号をはずす [青チャート数学 I 例題24]

次の(1)~(3)の場合について、 $y = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$ の根号をはずし、式を簡単にせよ。

- (1) $x \geq 3$ のとき [解答] $y = 2x - 4$
- (2) $1 \leq x < 3$ のとき [解答] $y = 2$
- (3) $x < 1$ のとき [解答] $y = -2x + 4$

⑥ 共通部分、和集合、補集合 [青チャート数学 I 例題43]

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする。
集合 U の部分集合 A, B を $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}, B = \{1, 3, 6, 9\}$ とするとき、次の集合を求めよ。

- (1) \overline{A} (2) $\overline{A \cap B}$ (3) $\overline{A \cap \overline{B}}$
- (4) $\overline{A \cup \overline{B}}$ (5) $\overline{A \cap B}$ (6) $\overline{A \cup B}$

[解答] (1) $\{3, 5, 7, 9\}$ (2) $\{3, 9\}$ (3) $\{5, 7\}$ (4) $\{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$
(5) $\{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$ (6) $\{5, 7\}$

⑦ 共通部分、和集合、補集合: 不等式で表される集合 [青チャート数学 I 例題44]

実数全体を全体集合とし、

$A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}, B = \{x \mid |x| < 4\},$

$C = \{x \mid |k-7| \leq x < k+3\}$ (k は定数) とする。

(1) 次の(ア)~(ウ)の集合を求めよ。

(ア) \overline{B} (イ) $A \cup \overline{B}$ (ウ) $A \cap \overline{B}$

(2) $A \subset C$ となる k の値の範囲を求めよ。

[解答] (1) (ア) $\{x \mid x \leq -4, 4 \leq x\}$ (イ) $\{x \mid x \leq -4, -3 \leq x\}$ (ウ) $\{x \mid 4 \leq x \leq 5\}$
(2) $2 < k \leq 4$

⑧ 必要、十分、必要十分、いずれでもないの判定 [青チャート数学 I EXERCISES 45]

次の \square に当てはまるものを、下の①~③から選べ。

実数 x に関する条件 p, q, r を

$p: -1 \leq x \leq \frac{7}{3}$ $q: |3x-5| \leq 2$ $r: -5 \leq 2-3x \leq -1$

とする。このとき、 p は q であるための \square 。

q は p であるための \square 。

r は q であるための \square 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

[解答] (ア) ① (イ) ② (ウ) ④

⑨ 放物線、頂点が直線上にある条件、頂点が一致の条件 [青チャート数学 I EXERCISES55]

(1) 放物線 $y = x^2 + ax - 2$ の頂点の座標を a で表せ。

また、頂点が直線 $y = 2x - 1$ 上にあるとき、定数 a の値を求めよ。

[解答] $(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - 2)$, $a = 2$

(2) 2つの放物線 $y = 2x^2 - 12x + 17$ と $y = ax^2 + 6x + b$ の頂点が一致するように定数 a, b の値を定めよ。 [解答] $a = -1, b = -10$

⑩ 2次関数のグラフの条件と平行移動 [青チャート数学 I EXERCISES56]

a を定数とし、 x の2次関数 $y = x^2 - 2(a+2)x + a^2 - a + 1$ のグラフを G とする。(ア)と(イ)を埋めよ。

グラフ G が y 軸に関して対称になるのは $a = \square$ のときである。

また、グラフ G の頂点が x 軸上にあるのは $a = \square$ のときである。
[解答] (ア) -2 (イ) $-\frac{3}{5}$

⑪ 最大値・最小値から2次関数の係数決定: 2次の係数は数値 [青チャート数学 I 例題78]

(1) 関数 $y = -2x^2 + 8x + k$ ($1 \leq x \leq 4$) の最大値が4であるように

定数 k の値を定めよ。 [解答] $k = -4$

(2) 関数 $y = x^2 - 2lx + l^2 - 2l$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値が11になるような

正の定数 l の値を求めよ。 [解答] $l = 7$

⑫ 最大値から2次関数の係数決定: 2次の係数は数値 [青チャート数学 I EXERCISES60]

x が $0 \leq x \leq 5$ の範囲を動くとき、関数 $f(x) = -x^2 + ax - a$ について考える。ただし、 a は定数とする。

(1) $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

(2) $f(x)$ の最大値が3であるとき、 a の値を求めよ。

[解答] (1) $a < 0$ のとき $-a$, $0 \leq a \leq 10$ のとき $\frac{a^2}{4} - a$, $10 < a$ のとき $-25 + 4a$

(2) $a = -3, 6$

⑬ 2次関数の最大・最小: 区間(幅一定)が動く [青チャート数学 I 例題80]

関数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ の $a \leq x \leq a + 2$ における最大値 $M(a)$ と

最小値 $m(a)$ を a の式で表せ。

[解答] $M(a) = \begin{cases} a^2 - 2a + 2 & (a < 0) \\ 2 & (a = 0) \\ a^2 + 2a + 2 & (a > 0) \end{cases}$, $m(a) = \begin{cases} a^2 + 2a + 2 & (a < -1) \\ 1 & (-1 \leq a \leq 1) \\ a^2 - 2a + 2 & (a > 1) \end{cases}$

⑭ 2次不等式がある区間で常に成り立つ条件 [青チャート数学 I 例題114]

$0 \leq x \leq 8$ のすべての x の値に対して、不等式 $x^2 - 2mx + m + 6 > 0$ が成り立つような定数 m の値の範囲を求めよ。

[解答] $-6 < m < 3$

⑮ 2次関数の決定: (1) 3点から、(2) 平行移動と通過点から [青チャート数学 I 例題89, 91]

2次関数のグラフが次の条件を満たすとき、その2次関数を求めよ。

(1) 頂点が点 $(-2, 1)$ で、点 $(-1, 4)$ を通る。 [解答] $y = 3(x+2)^2 + 1$

(2) 3点 $(-1, 16)$, $(4, -14)$, $(5, -8)$ を通る。 [解答] $y = 2x^2 - 12x + 2$

2020 新高校 2 年 数学科 春休み課題 ②

16 2次不等式を同時に満たす整数が3つの条件 [青チャート数学 I EXERCISES 類題]
 x についての不等式 $3x^2 + 2x - 1 > 0$ ……①, $x^2 - (a+1)x + a < 0$ ……②
 を考える。

- (1) 不等式①を解け。
- (2) 不等式②を解け。
- (3) 不等式①と②を同時に満たす整数 x がちょうど3つ存在するとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

【解答】 $-5 \leq a < -4, 4 < a \leq 5$

17 放物線と x 軸の共有点の位置① [青チャート例題124]
 2次関数 $y = x^2 - (a+3)x + a^2$ のグラフが x 軸の $x > 1$ の部分と異なる2点で交わる時、定数 a の値の範囲を求めよ。

【解答】 $-1 < a < 2$

18 2次方程式が区間で異なる2実数解をもつ条件 [青チャート数学 I 例題120]
 x についての2次方程式 $3x^2 - 2(a+1)x + a^2 = 0$ が、 $0 < x < 1$ の範囲に異なる2つの実数解をもつとき、定数 a のとりうる値の範囲を求めよ。

【解答】 $\frac{1-\sqrt{3}}{2} < a < 0, 0 < a < 1, 1 < a < \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

19 三角比の相互関係：三角比の1つから残りの三角比 [青チャート数学 I 例題136]
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき、 $\sin \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。

【解答】 $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan \theta = -2\sqrt{2}$

20 三角形の内角の二等分線の長さ：余弦定理利用 [青チャート数学 I 例題148]
 $\triangle ABC$ において、 $AB=15, BC=18, AC=12$ とし、頂角 A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。線分 BD, AD の長さを求めよ。

【解答】 $BD=10, AD=10$

21 三角形の面積、外接円の半径、内接円の半径など [青チャート数学 I 例題 158 類題]
 $\triangle ABC$ において、 $BC=4, CA=5, AB=6$ とする。

- このとき、次の値を求めよ。
- (1) $\cos A$
 - (2) $\sin A$
 - (3) 外接円の半径 R
 - (4) $\triangle ABC$ の面積 S
 - (5) 内接円の半径 r

【解答】 (1) $\cos A = \frac{3}{4}$ (2) $\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ (3) $R = \frac{8\sqrt{7}}{7}$ (4) $S = \frac{15\sqrt{7}}{4}$ (5) $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$

22 円に内接する四角形の面積 [青チャート数学 I 例題159]

円 O に内接する四角形 $ABCD$ で、

$AB=2, BC=3, CD=1, \angle ABC=60^\circ$ のとき、次のものを求めよ。

- (1) 線分 AC の長さ
- (2) 辺 AD の長さ
- (3) 円 O の半径
- (4) 四角形 $ABCD$ の面積

【解答】 (1) $\sqrt{7}$ (2) 2 (3) $\frac{\sqrt{21}}{3}$ (4) $2\sqrt{3}$

23 円に内接する四角形の面積：4辺の長さから [青チャート数学 I 例題160]
 円に内接する四角形 $ABCD$ がある。

$AB=4, BC=5, CD=7, DA=10$ のとき、次のものを求めよ。

- (1) $\cos A$ の値を求めよ。
- (2) 四角形 $ABCD$ の面積を求めよ。

【解答】 (1) $\cos A = \frac{7}{25}$ (2) 36

24 条件付きの円順列：両親2人、子ども4人が輪を作って並ぶ [青チャート数学 A 練習19]
 両親と4人の子どもの(息子2人、娘2人)が手をつないで輪を作る。

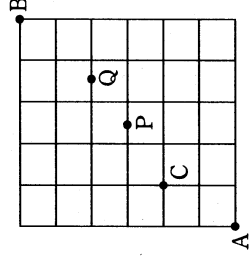
- (1) 6人の並び方は全部で何通りあるか。
- (2) 両親が隣り合う並び方は何通りあるか。
- (3) 両親が正面に向き合う並び方は何通りあるか。
- (4) 男性と女性が交互に並び並び方は何通りあるか。

【解答】 (1) 120通り (2) 48通り (3) 24通り (4) 12通り

25 同じものを含む順列：最短経路、東西7本、南北6本の道 [青チャート数学 A 例題31]

図のように、道路が碁盤の目のようになった街がある。地点 A から地点 B までの最短の道を行くとき、次の道順はそれぞれ何通りか。

- (1) 全部の道順
- (2) 地点 C を通る。
- (3) 地点 P は通らない。
- (4) 地点 P と地点 Q の両方を通らない。



【解答】 287通り

26 組合せを用いる確率：同色が4枚ずつある番号札から3枚選ぶ [青チャート数学 A 例題38]

赤、青、黄、緑の札が4枚ずつあり、どの色の札にも1から4までの番号が1つずつ書かれている。この12枚の札から同時に3枚取り出したとき、次のことが起こる確率を求めよ。

- (1) 全部同じ色になる。
- (2) 番号が全部異なる。
- (3) 色も番号も全部異なる。

【解答】 (1) $\frac{3}{55}$ (2) $\frac{27}{55}$ (3) $\frac{6}{55}$

27 相反事象の確率：球を取り出す、同色、すべて異なる確率 [青チャート数学 A 例題42]
 袋の中に赤球1個、黄球2個、緑球3個、青球4個の合わせて10個の球が入っている。

この袋から一度に3個の球を取り出すとき、次の確率を求めよ。

- (1) 3個の球の色がすべて同じである確率
- (2) 3個の球の色がすべて異なる確率

【解答】 (1) $\frac{1}{24}$ (2) $\frac{5}{12}$

28 玉を取り出す確率：袋A、Bから1個、2個、すべて同じ色など [青チャート数学 A 例題48]
 袋Aには赤玉3個と青玉2個、袋Bには赤玉7個と青玉3個が入っている。

- (1) 袋Aから1個、袋Bから2個の玉を取り出すとき、玉の色がすべて同じである確率を求めよ。
- (2) 袋Aに白玉1個を加える。袋Aから玉を1個取り出し、色を確認した後、もとの戻す。これを3回繰り返すとき、すべての色の玉が出る確率を求めよ。

【解答】 $\frac{1}{6}$

29 やや複雑な確率の計算：球を取り出す、AからBに入れ、Bから [青チャート数学 A 例題60]

箱Aには赤球3個、白球2個、箱Bには赤球2個、白球2個が入っている。次の確率をそれぞれ求めよ。

- (1) 箱Aから球を1個取り出し、それを箱Bに入れた後、箱Bから球を1個取り出すとき、それが赤球である確率
- (2) 箱Aから球を2個取り出し、それを箱Bに入れた後、箱Bから球を2個取り出すとき、それが2個とも赤球である確率

【解答】 (1) $\frac{13}{25}$ (2) $\frac{37}{150}$

30 やや複雑な確率の計算：球を取り出す、樹形図の利用 [青チャート数学 A 例題61]

袋の中に、赤球2個と白球3個が入っている。A、Bがこの順に交互に1個ずつ球を取り出し、2個目の赤球を取り出した方を勝ちとする。ただし、取り出した球はもとに戻さない。このとき、Bが勝つ確率を求めよ。

【解答】 $\frac{2}{5}$

31 原因の確率：3つの袋からの球の色の確率、ベイズの定理 [青チャート数学 A 例題63]

袋Aには赤球10個、白球5個、青球3個
 袋Bには赤球8個、白球4個、青球6個
 袋Cには赤球4個、白球3個、青球5個が入っている。

3つの袋から1つの袋を選び、その袋から球を1個取り出したところ、白球であった。それが袋Aから取り出された球である確率を求めよ。

【解答】 $\frac{10}{27}$

2020 新高校 2 年 数学科 春休み課題 ③

32 図形上を動く点と確率：円を6等分する点を動く。1周で上がるなど [青チャート数学A 例題55]
円周を6等分する点を時計回りの順にA, B, C, D, E, Fとし、点Aを出発点として小石を置く。さいころを振り、偶数の目が出たときは2, 奇数の目が出たときには1だけ小石を時計回りに分点上を進める。このとき、ちょうど1周して点Aに戻る確率を求めよ。

43/64
[解答]

33 条件付き確率：3個のさいころの最大値と最小値 [青チャート数学A 例題58]
3個のさいころを同時に投げ、出た目の最大値をX, 最小値をYとし、その差X-YをZとする。

(1) Z=4となる確率を求めよ。 [解答] 2/9

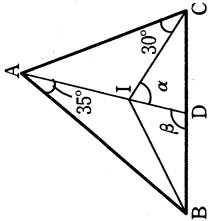
(2) Z=4という条件のもとで、X=5となる条件付き確率を求めよ。
[解答] 1/2

34 内心の性質利用：角の大きさ、線分比 [青チャート数学A 例題68]

(1) △ABCの内心をIとするとき、右の図の角α, βを求めよ。

ただし、点DはAIとBCの交点である。

[解答] α=65°, β=95°



(2) △ABCの内心をIとし、直線AIと辺BCの交点をDとする。

AB=8, BC=7, AC=4であるとき、AI:IDを求めよ。

[解答] 12:7

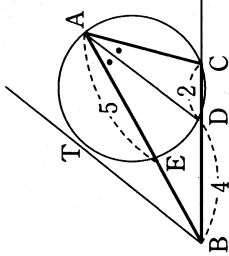
35 チェバの定理, メネラウスの定理利用：線分比 [4プロセス数学A 問題163]

△ABCの辺ABを4:3に内分する点をRとし、辺ACを1:2に内分する点をQとする。線分BQとCRの交点をOとし、直線AOと辺BCの交点をPとするとき、次のものを求めよ。

(1) BP:PC (2) PO:OA [解答] (1) 3:8 (2) 6:11

36 方べきの定理利用：線分の長さ [4プロセス数学A 総合演習12]

次のア~エに適する数字(0~9)を答えよ。
△ABCにおいて、∠Aの二等分線が辺BCと交わる点をDとし、3点C, A, Dを通る円が辺ABと交わる点をEとする。
また、点Bからこの円に引いた接線の接点をTとする。CD=2, BD=4, AE=5であるとき、次のものを求めよ。



(1) BE=ア (2) BT=イ (3) AC=エ
[解答] ア) 3 (イ) 2 (ウ) 6 (エ) 4

37 和, 積, 最大公約数, 最小公倍数などから2つの自然数を決定 [4プロセス数学A 問題251]
和が280, 最大公約数が14である2つの自然数a, bの組をすべて求めよ。ただし、a<bとする。

[解答] (a, b)=(14, 266), (42, 238), (98, 182), (126, 154)

38 1次不定方程式の整数解：ax+by=c, 互除法の利用 [4プロセス数学A 問題274]
方程式 30x+17y=2 の整数解をすべて求めよ。

[解答] x=17k+8, y=-30k-14

39 係数を求める：二項定理 [青チャート数学II 例題2]

(a-2b)^6の展開式で、a^5bの項の係数はア, a^2b^4の項の係数はイ

である。また、(x^2-2/x)^6の展開式で、x^6の項の係数はウ

、定数項はエである。

[解答] ア) -12 (イ) 240 (ウ) 60 (エ) 240

40 割り算の等式利用 [青チャート数学II 例題9-(2)]

x^4+3x^2+2x^2-1を整式Bで割ると、商がx^2+1, 余りが-3x-2である。整式Bを求めよ。
[解答] x^2+3x+1

41 恒等式の係数決定：分式 [青チャート数学II 例題17]

次の等式がxについての恒等式となるように、定数a, b, cの値を求めよ。

$$\frac{-2x^2+6}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$$

[解答] a=1, b=3, c=2

42 恒等式の係数決定：kの1次式 [青チャート数学II EXERCISES12]

等式 kx^2+(1-7k)x-(k+1)y+19k+4=0 がどんなkの値についても成り立つように、x, yの値を定めよ。
[解答] (x, y)=(3, 7), (5, 9)

43 連比と式の値 [青チャート数学II EXERCISES16]

x, y, zが(x+y):(y+z):(z+x)=3:5:4かつx+y+z=12を満たすとき、xy+yz+zxの値を求めよ。
[解答] 44

44 比例式と式の値 [青チャート数学II 例題24]

(1) x+y = 6/(y+z) = z+x/7 (≠0) のとき、xy+yz+zx/(x^2+y^2+z^2) の値を求めよ。

(2) b+c/a = c+a/b = a+b/c のとき、この式の値を求めよ。

[解答] (1) 26/29 (2) a+b+c≠0のとき2, a+b+c=0のとき-1

() 組 () 番 名前 ()

45 不等式の証明：平方の和, 差が平方 [青チャート数学II 例題27-(1)]

不等式 x^2-6xy+10y^2 ≥ 4y-4 を証明せよ。

また、等号が成り立つのはどのようなときか。 [解答] 証明略, x=6, y=2

46 相加・相乗平均を利用して最小値を求める問題 [青チャート数学II 例題32]

(1) x>0のとき、x + 16/(x+2) の最小値を求めよ。

(2) x>0, y>0とする。(3x+2y)(3/x + 2/y) の最小値を求めよ。

[解答] (1) x=2のとき最小値6 (2) x=yのとき最小値25

47 複素数の相等 [青チャート数学II 練習35より]

(1) 等式 (3+2i)x+2(1-i)y=17-2i を満たす実数x, yの値を求めよ。
[解答] x=3, y=4

(2) (1+xi)/(3+i) が純虚数となるように、実数xの値を定めよ。
[解答] x=-3

48 高次式の値：割り算を利用して次数下げ

x=-1+iのとき、P=x^3+3x^2+x+2の値を求めたい。

(1) x^2+2x+2の値を計算せよ。

(2) Pをx^2+2x+2で割った商と余りを筆算で求めよ。

(3) Pの値を求めよ。

[解答] (1) 0 (2) 商x+1, 余り-3x (3) 3-3i

49 2次方程式が虚数解, 重解をもつ条件

2次方程式 x^2+(5-m)x-2m+7=0 について

(1) 虚数解をもつような定数mの値の範囲を求めよ。

(2) 重解をもつような定数mの値と、そのときの重解を求めよ。

[解答] (1) -1<m<3

(2) m=-1のとき、重解はx=-3であり、m=3のとき、重解はx=-1

50 2次方程式の解の対称式の値 [青チャート数学II 例題41]

2次方程式 x^2-2x+3=0の2つの解をα, βとする。次の値を求めよ。

(1) (α+1)(β+1)

(2) α^2+β^2

(3) α^3+β^3 (4) β/(α-1) + α/(β-1)

[解答] (1) 6 (2) -2 (3) -10 (4) -2

春課題はこれですべてです。臨時休校で春休みが長い分、例年より少し宿題が増えますが、1年間で学んだ内容のうち、重要なものを並べました。難しいものもありますが、これまでも宿題で出したものがほとんどです。しっかりと取り組んで春休みあけの課題審査にのぞんで下さい。